Nabíjení cívky a výpočet celkové elektrické energie

Pro www.omforum.cz Adam Benda

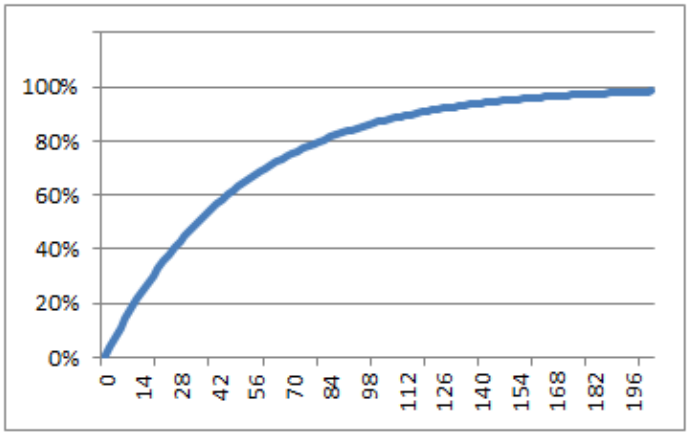
Před několika lety se mi v rámci jednoho projektu míhaly pod rukama výpočty kolem "nabíjení" cívky, tak se pokusím shrnout a vysvětlit několik šikovných vztahů.

Budeme hovořit o situaci, kdy k cívce připojíme stejnosměrné napětí a začneme jí tak "nabíjet" (sytit její jádro magnetickým polem). V okamžiku připojení cívky k napětí proud cívkou vzrůstá postupně (a s ním postupně roste intenzita mag. pole uvnitř a kolem cívky).

Podle indukčnosti cívky a podle odporu vinutí bude "náběh", tedy postupný růst proudu, různě rychlý.

Čím větší indukčnost a čím menší odpor bude cívka mít, tím bude proud narůstat pomaleji.

Vždy ale bude mít proudový náběh cívky takovýto tvar:



$$I = I_m\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Postupně vzrůstající proud ***I*** vypočítáme podle maximálního možného proudu $\boldsymbol{I_m}$, který může cívkou protékat (dáno napětím a odporem vinutí ... *U/R*) a dále se nám ve vztahu vyskytuje Eulerovo číslo ***e*** (= 2,7...), v jehož exponentu je čas ***t***, který již uplynul od připojení cívky k napětí a ***tau*** - tzv. časová konstanta. Časová konstanta se vypočítá pomocí dalšího vztahu u grafu výše (vychází z indukčnosti ***L*** a odporu vinutí cívky ***R***).

Graf je ukázkou náběhu proudu u cívky s indukčností 10 mH a s odporem vinutí 0,2 Ohmy. Číselné údaje na vodorovné ose jsou uplynulé milisekundy.

*Pozn.: Ve výpočtech odpor **R** zahrnuje celkový "sériový" odpor obvodu, tedy pokud budeme mít s cívkou do série ještě připojený rezistor, musíme jeho odpor do těchto výpočtů také zahrnout (přičíst ho k odporu cívky).*

Zadíváme-li se na první vztah u grafu, můžeme si všimnout, že z maximálního proudu bere závorka vždy nějakou část, nějaký poměr. Můžeme si tedy závorku osamostatnit a prohlásit, že ta závorka je jakýsi poměrný koeficient, který bere nějak velkou část z maximálního možného proudu. Pokud se

cívka už nabila tak, že její proud dosáhl 50% proudu maximálního,
bude hodnota celé této závorky 0,5. A my si jí pro další počítání celou označíme písmenem ***p*** (jako poměr nebo poměrný koef.):

$$p = 1 - e^{-t/\tau}$$

V praxi nás může zajímat, jak dlouho musíme cívku nechat nabíjet, aby její proud byl např. ***0,9 I_m*** (= 90% max. proudu). K tomuto účelu jsem odvodil následující vztah:

$$t = -\tau \cdot \ln(1 - p)$$

Časovou konstantu ***tau*** si předem vypočítáme pomocí parametrů cívky ***L*** a ***R*** a přirozený logaritmus "ln" obsahuje poměrný koef. ***p***, který si určíme dle libosti. Nemůžeme dosazovat *p* = 1,0 ve smyslu, že cívka bude nabita na 100% - tento matematický model by nám řekl, že takové úrovně nabití by cívka dosáhla jedině v nekonečnu (= cívka ve skutečnosti nikdy nedosáhne nabití přesně na úroveň 100%).

Můžeme si udělat malý ukázkový výpočet...
časová konstanta *tau* = 0,05
a otázka zní, za jak dlouho se daná cívka nabije na 90%.

t = -0,05 . ln(1 - 0,9)
t = -0,05 . ln(0,1)
t = -0,05 . (-2,303)
t = 0,11515 s = 115,15 ms

A na závěr jsem si potřeboval odvodit vztah pro výpočet **celkové elektrické práce *A*,** kterou mi cívka během náběhu spotřebuje:

$$A = U\left(t + \tau e^{-t/\tau} - \tau\right)$$

Tímto vztahem lze spočítat, kolik elektrické energie cívka spotřebovala od připojení k napětí
do doby ***t***.

Pokud občas také pouštíte do cívky pulzy napětí, možná se vám alespoň některé tyto vztahy mohou hodit.

Příloha – Odvození vztahu pro výpočet celkové elektrické práce při „nabíjení“ cívky

$$A = U \int_0^t I \, dt$$

$$A = U \int_0^t 1 - e^{-t/\tau} \, dt$$

$$A = U \left(\int_0^t 1 \, dt \; - \; \int_0^t e^{-t/\tau} \, dt \right)$$

$$A = U \left(t \; - \; \left(-\tau e^{-t/\tau} - (-\tau) \right) \right)$$

$$A = U \left(t + \tau e^{-t/\tau} - \tau \right)$$